

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Псковский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и  
стратегическому развитию обра-  
зовательной деятельности



В.М. Микушев

*В.М. Микушев* 2017 г

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа  
для детей и взрослых «Подготовка к поступлению в вуз»

по дисциплине:

МАТЕМАТИКА

Направленность: социально-педагогическая

Лицензия Серия 90Л01 № 0009273 (Рег. № 2219) от 24.06.2016 г., выданная  
Федеральной службой по надзору в сфере образования и науки

Псков  
2017

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа для детей и взрослых «Подготовка к поступлению в вуз» по дисциплине математика обсуждена и принята на заседании кафедры высшей математики физико-математического факультета «30» марта 2017 г., протокол № 8.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа для детей и взрослых «Подготовка к поступлению в вуз» по дисциплине математика обсуждена и принята Ученым советом Псковского государственного университета «27» марта 2017 г., протокол № 7.

Разработчик программы:

Старший преподаватель кафедры высшей математики, член предметной комиссии Псковской области по проверке выполнения заданий экзаменационных работ ЕГЭ  
в 2017 г. по математике

  
С.В. Никитина

СОГЛАСОВАНО.

Директор  
Института непрерывного образования

  
И.В. Андреянова

Эксперты:

Доцент кафедры математического анализа и методики обучения математике, кандидат педагогических наук

  
Н.В. Перькова

Доцент кафедры математики и методики обучения математике Псков ГУ

  
С.В. Лебедева

## 1. ЦЕЛЬ РЕАЛИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Основной целью дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей и взрослых «Подготовка к поступлению в вуз» по дисциплине математика является формирование у слушателей основных видов компетенций:

**ценностно-смысловой** – обучение осмысленной организации собственной деятельности; учить умению применять полученные навыки при решении нестандартных задач;

**информационной** – учить добывать нужную информацию, используя доступные источники (справочники, учебники, словари, СМИ), передавать ее;

**коммуникативной** – совершенствовать навыки работы в группе, умение работать на результат, доказывать собственное мнение, вести диалог, развивать математическую культуру и творческие способности слушателей.

Программа предназначена для детей и (или) взрослых. Минимальный возраст обучающихся 16 лет.

Программа имеет социально-педагогическую направленность, так как поможет обеспечить эффективную подготовку слушателей подготовительного отделения к сдаче экзамена по математике в форме ЕГЭ и повысить уровень практического владения учебным материалом, на комплексное повторение и закрепление всех основных разделов школьного курса. Программа содержит систематизацию и обобщение знаний, полученных слушателями несколько лет назад и дает возможность помочь им приобрести необходимую базу для успешной сдачи ЕГЭ.

Настоящая программа представляет собой систему подготовки к ЕГЭ по математике и составлена на основе следующих документов:

1. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего полного образования;
2. Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения единого государственного экзамена по математике/Подготовлен: ФИПИ, 2016г.
3. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена по математике Подготовлена: ФИПИ, 2016 г.

Содержание обучения математике структурировано на основе компетентностного подхода.

Компетентностный подход предполагает усиление прикладного, практического характера подготовки к сдаче ЕГЭ. В связи с этим ставятся следующие задачи:

- реализация индивидуализации обучения; удовлетворение образовательных потребностей слушателей по математике;
- подготовка к обучению в вузе;

- обеспечение усвоения обучающимися наиболее общих приемов и способов решения задач. Развитие умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;
- формирование и развитие аналитического и логического мышления.
- расширение математического представления учащихся по определённым темам, включённым в программы вступительных экзаменов в другие типы учебных заведений;
- развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы.

По результатам успешного освоения программы обучающимся выдается сертификат установленного образца.

## 2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Изучение данного курса дает слушателям возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- овладеть и пользоваться на практике техникой сдачи теста;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

## 3. УЧЕБНЫЙ ПЛАН

| №  | Наименование разделов          | В том числе        |        |                      |                        | Форма текущего контроля или промежуточной аттестации |
|----|--------------------------------|--------------------|--------|----------------------|------------------------|--|
|    |                                | Аудиторные занятия |        |                      | Самостоятельная работа |  |
|    |                                | Всего, час         | лекции | Практические занятия |                        |  |
| 1  | 2                              | 3                  | 4      | 4                    | 6                      | 7  |
| 1. | Алгебра                        | 4                  | 2      | 2                    | -                      | Тест   |
| 2. | Уравнения и неравенства        | 4                  | 2      | 2                    | -                      | Тест   |
| 3. | Функции                        | 8                  | 4      | 4                    | -                      | Тест   |
| 4. | Начала математического анализа | 8                  | 4      | 4                    | -                      | Тест   |
| 5. | Геометрия                      | 8                  | 4      | 4                    | -                      | Тест   |

|    |  |    |    |    |   |      |
|----|--|----|----|----|---|------|
| 6. | Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей | 8  | 4  | 4  | - | Тест |
| 7. | Итоговый тест  | -  | -  | -  | - |      |
|    | Итого  | 40 | 20 | 20 | - |      |
|    |  |    |    |    |   |      |

#### 4. КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Период обучения: 6 месяцев

Количество недель: 10

Количество учебных дней в неделю – 1 в две недели

Количество часов обучения в день – 4

Время проведения: утверждается расписанием.

| №  | Наименование разделов   | Кол-во аудиторных часов | Порядковый номер недели обучения |
|----|---|-------------------------|----------------------------------|
| 1. | <i>Алгебра</i>  | 4                       | 1                                |
| 2. | <i>Уравнения и неравенства</i>                                  | 4                       | 2                                |
| 3. | <i>Функции</i>  | 8                       | 3,4                              |
| 4. | <i>Начала математического анализа</i>                           | 8                       | 5,6                              |
| 5. | <i>Геометрия</i>  | 8                       | 7,8                              |
| 6. | <i>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</i> | 8                       | 9,10                             |
| 7. | Итоговый тест   | -                       | -                                |

Расписание занятий на каждый период обучения утверждается директором института непрерывного образования Псковского государственного университета до начала обучения в данном периоде.

#### 5. РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ

Содержание программы  
*Алгебра*

Числа, корни и степени.

Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем.

Корень степени  $n > 1$  и его свойства.

Степень с рациональным показателем и ее свойства.

Свойства степени с действительным показателем.

Основы тригонометрии.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.

Радианная мера угла.

Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Основные тригонометрические тождества.

Промежутки сохранения знака для тригонометрических функций. Вычисление значений тригонометрических выражений без таблиц.

Формулы приведения.

Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.

Синус и косинус двойного угла.

Логарифмы.

Логарифм числа.

Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Задачи на расположение корней квадратного трехчлена. Корни многочленов.- Теорема Безу.

Преобразования выражений.

Преобразования выражений, включающих арифметические операции.

Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.

Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.

Преобразования тригонометрических выражений.

Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования.

Модуль (абсолютная величина) числа.

### ***Уравнения и неравенства***

Квадратные уравнения.

Рациональные уравнения.

Иррациональные уравнения.

Тригонометрические уравнения.

Показательные уравнения.

Логарифмические уравнения.

Равносильность уравнений, систем уравнений.

Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений.

Квадратные неравенства.

Рациональные неравенства.

Показательные неравенства.

Логарифмические неравенства.

Системы линейных неравенств.

Системы неравенств с одной переменной.

Равносильность неравенств, систем неравенств.

Использование свойств и графиков функций при решении неравенств

Метод интервалов.

Изображение на координатной плоскости множества.

решений неравенств с двумя переменными и их систем.

### ***Функции***

Определение и график функции.

Функция, область определения функции.

Множество значений функции.

График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. График обратной функции.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Элементарное исследование функций.

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.

Четность и нечетность функции.

Периодичность функции.

Ограниченность функции.

Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции.

Наибольшее и наименьшее значения функции.

Основные элементарные функции.

### ***Начала математического анализа***

Производная.

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.

Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.

Уравнение касательной к графику функции.

Производные суммы, разности, произведения, частного.

Производные основных элементарных функций.

Вторая производная и ее физический смысл.

Исследование функций.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Первообразная и интеграл.

Первообразные элементарных функций.

Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

### *Геометрия*

Планиметрия.

Треугольник.

Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг.

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника.

Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника.

Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Прямые и плоскости в пространстве.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых.

Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства.

Параллельность плоскостей, признаки и свойства.

Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах.

Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.

Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

Многогранники.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма.

Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения.

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

ка

Шар и сфера, их сечения.

Измерение геометрических величин.

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.

Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника.



Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями.

Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

### ***Координаты и векторы***

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве.

Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы.

Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число.

Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам

Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

### ***Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей***

Элементы комбинаторики.

Поочередный и одновременный выбор.

Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

Элементы статистики.

Табличное и графическое представление данных.

Числовые характеристики рядов данных.

Элементы теории вероятностей.

Вероятности событий.

Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

## **6. ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

Основными условиями эффективности системы оценивания результатов освоения программы являются систематичность, личностная ориентированность и позитивность.

*Методы оценивания:*

- наблюдение;
- оценивание процесса выполнения;
- открытый ответ;
- выбор ответа;
- краткий свободный ответ

*Формы проведения занятий:*

- лекционные занятия;
- практические занятия;

- репетиционное тестирование.

### Формы контроля

Текущий контроль – осуществляется на каждом занятии в виде выполнения тестовых заданий.

Итоговый контроль – в конце учебного курса (в виде репетиционного тестирования в формате ЕГЭ).

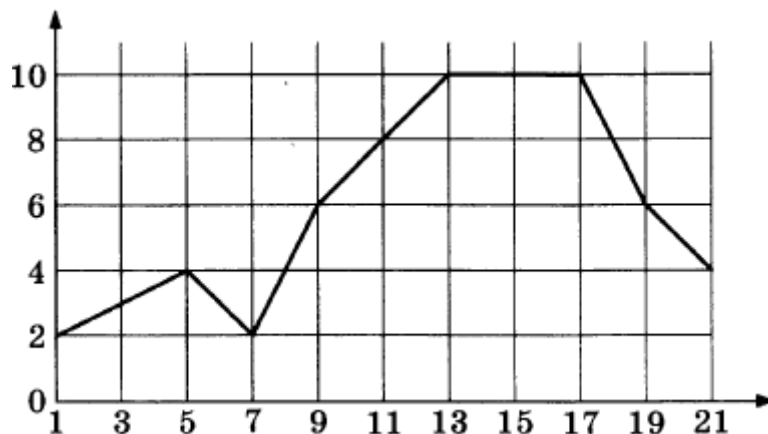
## Примерный тест по математике

### Профильный уровень

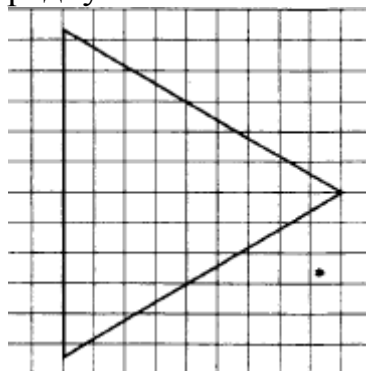
#### Часть 1

1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Какое наибольшее количество пакетов молока можно купить на 500 рублей?

2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее  $+6^{\circ}\text{C}$ . На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён равнобедренный треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



4. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашкистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в пер-

вом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.

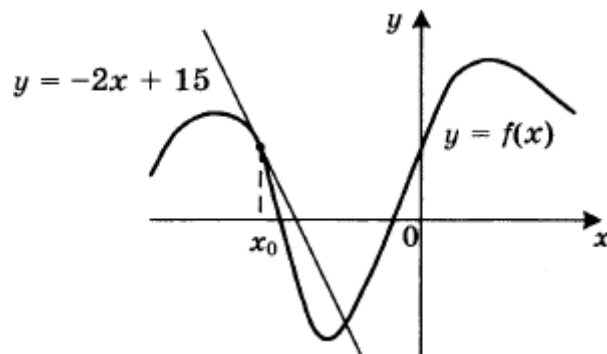
5. Найдите корень уравнения  $5^{4-x} = 25$ .

6. Отрезок АВ является хордой окружности с центром О. Найдите угол между прямой АВ и касательной к окружности, проходящей через точку А, если угол АОВ равен  $56^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

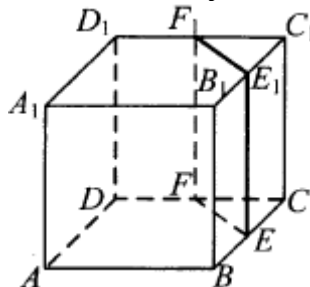
7. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Касательная задана уравнением  $y = -2x + 15$ . Найдите значение производной функции

$$y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$$

в точке  $x_0$ .



8. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точки  $E, F, E_1$  и  $F_1$  являются серединами рёбер  $BC, DC, B_1 C_1$  и  $D_1 C_1$  соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью  $EFF_1$ , равен 14. Найдите объём куба.



## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $(558^2 - 23^2) : 581$ .

10. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 22$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением

$$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} \quad (\text{с}),$$

где  $\alpha = 1,7$  с / Ом · Ф - постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

11. В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

12. Найдите наибольшее значение функции  
 $y = (21 - x)e^{x-20}$   
 на отрезке  $[19; 21]$ .

13. Решите уравнение

$$\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0.$$

14. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  сторона основания равна 4. Точка  $L$  - середина ребра  $SC$ . Тангенс угла между прямыми  $BL$  и  $SA$  равен

$$\frac{2\sqrt{34}}{17}.$$

а) Пусть  $O$  - центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $BO$  и  $LO$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.

15. Решите неравенство

$$\frac{2x^2 - 10x + 6}{x - 5} \leq x.$$

16. Окружность с центром  $O$  вписана в угол, равный  $60^\circ$ . Окружность большего радиуса с центром  $O_1$  также вписана в этот угол и проходит через точку  $O$ .

а) Докажите, что радиус второй окружности вдвое больше радиуса первой.

б) Найдите длину общей хорды этих окружностей, если известно, что радиус первой окружности равен  $2\sqrt{3}$ .

17. В двух областях есть по 90 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 + x - 2a}{x + a} - 1 \right| \leq 2$$

не имеет решений на интервале (1; 2).

19. Решите в целых числах уравнение  $3^n + 8 = x^2$ .

**Ответы:**

|           |  |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
|-----------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>1</b>  | <b>2</b>   | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>7</b> | <b>8</b> | <b>9</b> | <b>10</b> | <b>11</b> | <b>12</b> |
| 23        | 11   | 3        | 0,2      | 2        | 28       | 0,5      | 112      | 535      | 5,5       | 7         | 1         |
| <b>13</b> | $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$    |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| <b>14</b> | 80   |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| <b>15</b> | $(-\infty; -3], [-2; 5)$                           |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| <b>16</b> | $3\sqrt{5}$  |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| <b>17</b> | 165 кг   |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| <b>18</b> | $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]; [8; +\infty)$ |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| <b>19</b> | $n = 0, x = 3; n = 0, x = -3$                      |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |

## 7. ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

### Учебно-методические материалы

#### Основная литература

1. Сборник задач по математике для поступающих в вузы.  
Под ред. М.И.Сканави.- М.: Издательство: Мир и Образование, АСТ 2016. - 608 с.
2. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии—4е изд. — М.: Издательство: Мир и Образование, АСТ, 2011
3. Яценко И. В., Забелин А. В., Захаров П. И., Высоцкий И. Р. ЕГЭ. Математика. 4000 задач с ответами. Базовый и профильный уровни – М.: Издательство: Экзамен, 2017 г.

#### Дополнительная литература

1. Яценко И. В. ЕГЭ-17. Математика. 30 тренировочных вариантов экзаменационных работ. Профильный уровень. – М.: Издательство: АСТ, 2016 г.
2. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. - М.: АСТ Астрель, 2016. - 512с.
3. А. Г. Мордкович, В. И. Глизбург, Н. Ю. Лаврентьева ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник. - М.: АСТ 2016, 352с.

4. Садовничий Ю. В. ЕГЭ. Практикум по математике: Решение уравнений и неравенств. Преобразование алгебраических выражений – М.: Издательство: Экзамен, 2016 г.

5. Яценко И. В., Высоцкий И. Р. ЕГЭ 2017. Математика. Типовые тестовые задания. Профильный уровень – М.: Издательство: Экзамен, 2016 г.

#### **Материально-технические условия программы:**

учебная аудитория.

#### **Педагогические условия:**

К реализации программы допускается педагогический работник и (или) специалист, имеющий опыт преподавания по теме Математика.

#### **Особенности освоения программы инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:**

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебный процесс осуществляется в соответствии с Положением о порядке организации и осуществления образовательной деятельности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, обучающихся по образовательным программам среднего профессионального, высшего и дополнительного образования в ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет», утверждённым приказом ректора 15.06.2015 № 141 (в редакции, утвержденной приказом ректора от 30.11.2017 № 392).

#### **Особенности реализации программы при различных формах обучения:**

| Виды учебной работы           | Форма обучения |              |               |
|-------------------------------|----------------|--------------|---------------|
|                               | Очная          | Очно-заочная | Дистанционная |
| Аудиторные занятия (час.)     | 40             | -            | -             |
| Самостоятельная работа (час.) | -              | -            | -             |
| Итого (час.)                  | 40             | -            | -             |

### **8. КОМПОНЕНТЫ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ РАЗРАБОТЧИКОМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Программа может реализовываться с использованием дистанционных образовательных технологий. При этом минимальные требования к обеспечению слушателей: наличие компьютера и выхода в Интернет.